МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО СВЯЗИ И ИНФОРМАТИЗАЦИИ

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Кафедра ПМиК

М.М РАЗДОБРЕЕВ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Конспект лекций

Новосибирск
2006

1 Классификация систем

Теория автоматического управления – это наука об общих принципах построения и расчета систем, выполняющих свои функции без непосредственного участия человека.

Классификация производится по признакам.

1.1Классификация по принципу управления

1.1.1 Принцип разомкнутого управления

На рисунке 1.1 изображена функциональная схема системы.

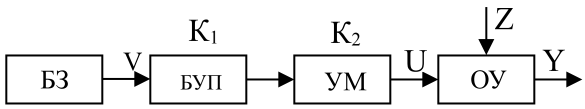

Рисунок 1.1 - Функциональная схема системы

На рисунке 1.1 введены следующие обозначения:

ОУ – объект управления;

БЗ – блок задания;

БУП – блок усиления и преобразования;

УМ – усилитель мощности;

Y – выходная регулируемая координата ОУ;

V – входной сигнал;

U – управляющее воздействие.;

Z – возмущающее воздействие.

На рисунке 1.2 изображена упрощенная модель ОУ.

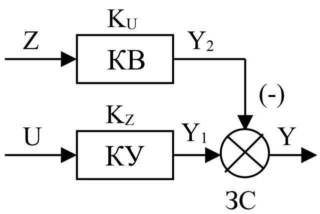

Рисунок 1.2 - Упрошенная модель ОУ

На рисунке 1.2 введены следующие обозначения:

КУ – канал управления, т.е. канал влияния U на Y;

КВ – канал возмущения, т.е. канал, через который Z изменяет Y от заданного, предписанного значения;

ЗС – звено суммирования.

Модель описывается следующим уравнением:

$$Y = Y_1 - Y_2 = K_U U - K_Z Z = K_1 K_2 K_U V - K_Z Z, \quad (1.1)$$

где K_1, K_2, K_U, K_Z – передаточные коэффициенты.

При Z=0 можно записать предписанное значение выходной координаты как:

$$Y = K_1 K_2 K_U V. \quad (1.2)$$

Достоинство - простота системы.

Недостатком является низкая точность поддержания требуемого значения Y.

1.1.2 Принцип управления по возмущению

На рисунке 1.3 изображена функциональная схема системы .

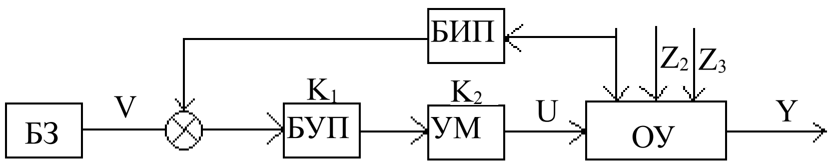

Рисунок 1.3 - Функциональная схема системы

На рисунке 1.3 введены следующие обозначения:

БИП – блок измерения и преобразования;

Z_1 – основное возмущающее воздействие, которое можно измерить;

Z_2, Z_3 – возмущающие воздействия, которые не поддается измерению.

Пусть ОУ описывается уравнением:

$$Y = K_U U - K_Z Z_1, \quad (1.3)$$

Пусть требуется найти алгоритм управления, позволяющий исключить влияние Z_1 на Y.

На основе формулы 1.2 и 1.3 можно записать:

$$K_U U - K_Z Z_1 = K_1 K_2 K_U V.$$

Тогда алгоритм управления можно записать в виде:

$$U = K_1 K_2 V + (K_Z / K_U) Z_1. \quad (1.4)$$

Достоинство - возможность компенсации влияния на Y измеряемого основного возмущающего сигнала;

Поскольку все возмущающие сигналы измерить невозможно, то требуемое значение Y в системе поддерживается с низкой точностью.

1.1.3 Принцип управления по отклонению с созданием замкнутой системы

На рисунке 1.4 изображена функциональная схема системы.

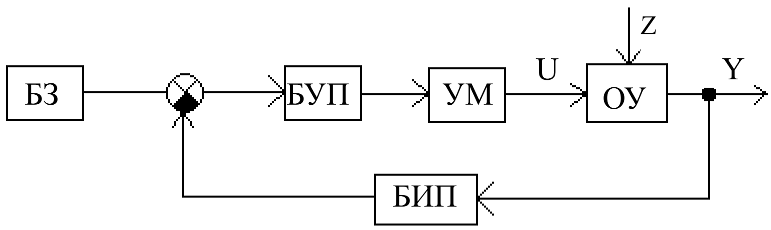

Рисунок 1.4 - Функциональная схема системы

Достоинство - высокая точность поддержания требуемого значения Y;
Однако появляются проблема устойчивости.

1.1.4 Комбинированный принцип

На рисунке 1.5 изображена функциональная схема системы.

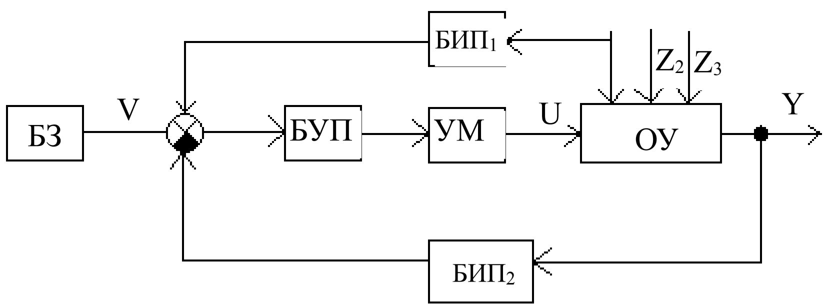

Рисунок 1.5 - Функциональная схема системы

1.2 Классификация по характеру изменения выходной координаты

1) Системы автоматической стабилизации Y (V = const).
2) Системы программного управления (V изменяется программно).
3) Следящие системы (V изменяется случайно).

1.3 Классификация по степени участия человека в управлении

1) Системы автоматического управления (САУ).
2) Системы автоматизированного управления.

Системы автоматизированного управления включают следующие компоненты:

1) АСУП – автоматизированные системы управления производством промышленных продуктов.

2) АСУЦ – автоматизированные системы управления цехом.

3) АСУТП – автоматизированные системы управления технологическими процессами (управления группой оборудования).

2 Математическое описание систем

2.1 Стандартные входные воздействия

1) Единичное ступенчатое воздействие.

$$V = \begin{cases} 1, & npu\, t \geq 0; \\ 0, & npu\, t < 0. \end{cases} \tag{2.1}$$

График функции приведен на рисунке 2.1.

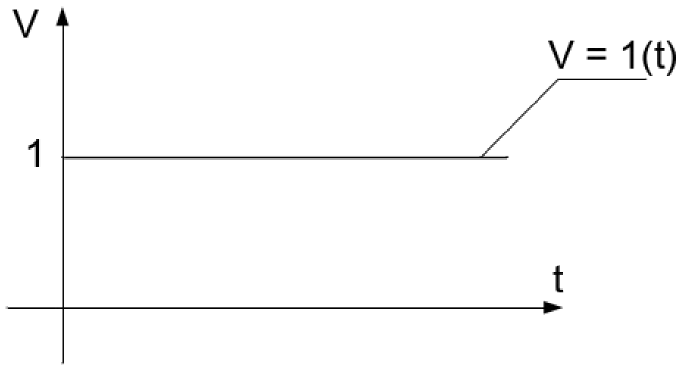

Рисунок 2.1 – График функции V=1(t)

Изображение Лапласа функции 1(t):

$$L\{1(t)\} = \frac{1}{p} \tag{2.2}$$

2) Единичное импульсное воздействие.

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} \tag{2.3}$$

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d1(t)}{dt}dt = 1(t) \int_{-\infty}^{+\infty} = 1 \tag{2.4}$$

Пусть $\delta_1 = 100$, тогда $\Delta t = 0{,}01$.

Формула (2.4) может использоваться при реализации функции δ(t), (см. рисунок 2.2).

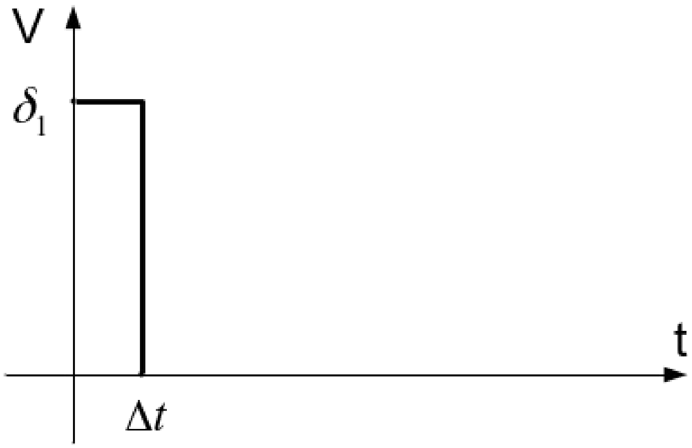

Рисунок 2.2 – График функции δ(t)

$$L\{\delta(\mathrm{t})\} = l\left\{\frac{d1(t)}{dt}\right\} = p \cdot l\{1(t)\} = p\frac{1}{p} = 1\,. \qquad (2.5)$$

3) Гармонический сигнал.

$$V = \cos(\omega t), \qquad (2.6)$$

где $\omega = 2\pi \cdot f_k = 2\pi \dfrac{1}{T_k}$;

f_k, T_k – частота и период колебаний соответственно.

2.2 Линеаризация систем

Процесс преобразования нелинейного уравнения в линейное, называют линеаризацией.

Пусть рассматриваемая система содержит нелинейный элемент, имеющий статическую характеристику вида:

$$y = f(x)\,. \qquad (2.7)$$

В точке, соответствующей основному установившемуся рабочему режиму системы, нелинейная характеристика может быть разложена в ряд Тейлора:

$$y = y_0 + f_x^{|}\Big|_{x=x_0}\frac{\Delta x}{1!} + f_x^{||}\Big|_{x=x_0}\frac{\Delta x^2}{2!} + \ldots + f_x^{(x)|}\Big|_{x=x_0}\frac{\Delta x^k}{k!}. \qquad (2.8)$$

Поскольку в системах автоматической стабилизации Δx мало, то в правой части (2.7) можно ограничиться двумя слагаемыми.

$$y = y_0 + f_x^{|}\Big|_{x=x_0}\Delta x = y_0 + k\Delta x,$$

$$k = f_x^{|}\Big|_{x=x_0}.$$

Поскольку:

$$y - y_0 = k\Delta x,$$
$$y - y_0 = \Delta y,$$

то окончательно можно записать уравнение:

$$\Delta y = k\Delta x \tag{2.9}$$

Таким образом, при малых Δx в окрестности рабочей точки нелинейный элемент заменяется линейным с передаточным коэффициентом k. Такую линеаризацию называют линеаризацией методом касательных.

В дальнейшем будет рассматриваться уравнение:

$$y = kx, \tag{2.10}$$

не забывая при этом о проведенной линеаризации.

2.3 Частотные характеристики

Передаточной функцией звена или системы называют отношение изображения Лапласа выходного сигнала к входному сигналу при нулевых начальных условиях.

Пусть найдена передаточная функция звена.

$$W(p) = \frac{Y(p)}{V(p)}. \tag{2.11}$$

На сновании (2.10) можно записать изображение выходного сигнала.

$$Y(p) = W(p) \cdot V(p) \tag{2.12}$$

Структурная схема звена приведена на рисунке 2.3.

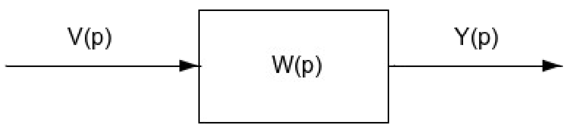

Рисунок 2.3 – Структурная схема звена

При $p = j\omega (j = \sqrt{-1})$ можно записать частотную передаточную функцию в виде:

$$W(j\omega) = D(\omega) + jM(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \tag{2.13}$$

где $D(\omega)$, $M(\omega)$ - действительная и мнимая части соответственно.

$A(\omega) = \sqrt{D^2 + M^2}$ - амплитудочастотная функция;

$\varphi(\omega) = arctg\left(\frac{M(\omega)}{D(\omega)}\right)$ - фазочастотная функция.

График зависимости $W(j\omega)$ называют амплитудофазовой частотной характеристикой (АФЧХ).

Тогда схема звена приведена на рисунке 2.4.

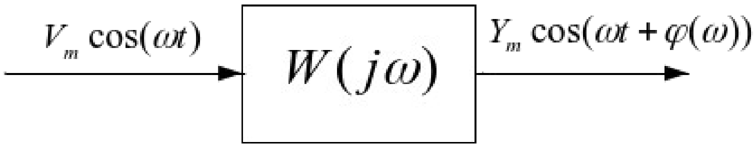

Рисунок 2.4 – Схема звена

Поскольку:

$$A(\omega) = \frac{Y_m}{V_m} \,, \tag{2.14}$$

то можно сделать вывод, что $A(\omega)$ - это передаточный коэффициент звена, зависящий от частоты ω.

$A(\omega)$ удобно строить в логарифмических координатах. За единицу измерения принят 1 Белл – это единица измерения $\lg k_s$, где k_s - коэффициент усиления мощности сигнала.

$$L(\omega) = \lg \frac{N_2(\omega)}{N_1(\omega)} = \left| N_2 \approx Y_m^2, N_1 \approx V_m^2 \right| = \lg \frac{Y_m^2}{V_m^2} = 2\lg \frac{Y_m}{V_m} = 2\lg A(\omega), \text{Белл}$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega), \text{Белл} \tag{2.15}$$

График зависимости $L(\omega)$ называется логарифмической амплитудочастотной характеристикой (ЛЧХ).

График зависимости $\varphi(\omega)$ называется фазочастотной характеристикой (ФЧХ).

Декадой (дек) называют интервал, на котором частота ω изменяется в 10 раз.

Структурная схема – это графический способ записи операторных уравнений.

Операторное уравнение – это уравнение, записанное в изображении переменных по Лапласу.

3 Элементарные типовые звенья систем управления

3.1 Пропорциональное безынерционное звено

1) Уравнение процессов в звене:

$$Y = kV \,, \tag{3.1}$$

где k – передаточный коэффициент звена, k=const.

2) Операторное уравнение:

$$Y(p) = kV(p). \tag{3.2}$$

Передаточная функция звена:

$$W(p) = k. \tag{3.3}$$

3) Переходная функция – это реакция звена на единичное ступенчатое воздействие.

Переходная функция звена (см. рисунок 3.1) имеет вид:

$$y = k \cdot 1(t)$$

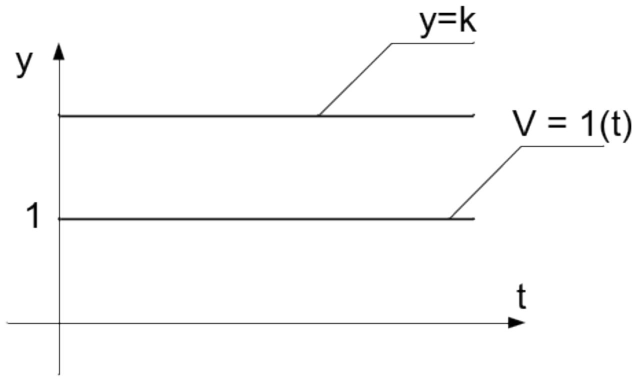

Рисунок 3.1 - Переходная функция пропорционального безынертного звена

4) АФЧХ звена.

Частотная передаточная функция звена:

$$W(j\omega) = k = D(\omega) = jM(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \tag{3.4}$$

где $D = k$, $M = 0$, $A = k$, $\varphi = 0$.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) звена приведена на рисунке 3.2.

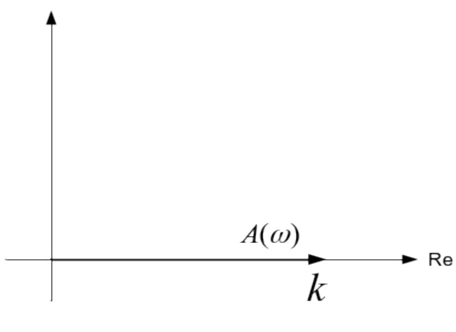

Рисунок 3.2 - АФЧХ звена

5) Логарифмические частотные характеристики звена.

$$L(\omega) = 20\log A(\omega) = 20\log k, \qquad (3.5)$$
$$\varphi(\omega) = 0.$$

Пусть $k = 100$, тогда:

$$L(\omega) = 40\partial Бл.$$

Логарифмические частотные характеристики звена приведены на рисунке 3.3.

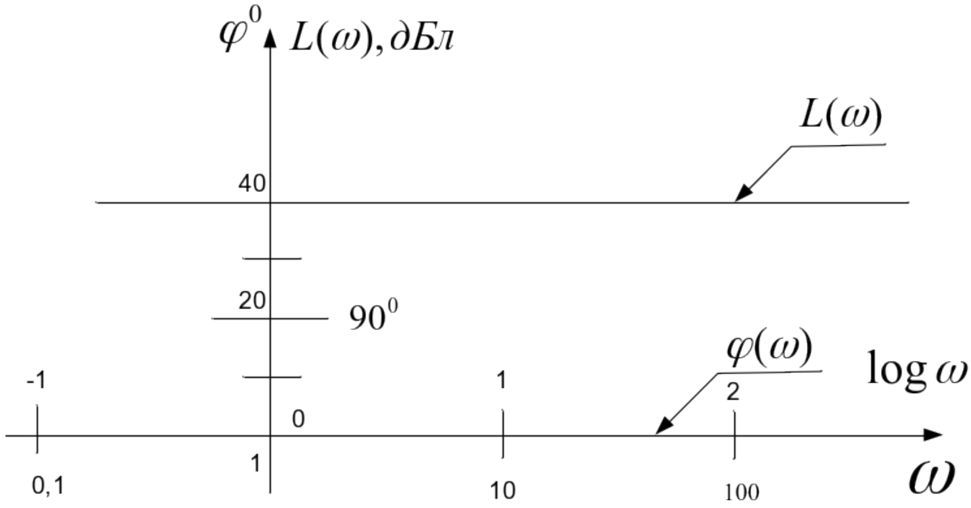

Рисунок 3.3 - Логарифмические частотные характеристики звена

3.2 Интегрирующее звено

1) Уравнение процессов в звене:

$$y = k\int_0^t V dt. \qquad (3.6)$$

2) Операторное уравнение процессов звена:

$$\dot{y} = kV.$$
$$pY(p) = kV(p). \qquad (3.7)$$

Передаточная функция звена:

$$W(p) = \frac{k}{p}. \qquad (3.8)$$

3) Переходная функция звена.

$$y = k\int_0^t 1(t)dt = k\int_0^t dt = k\,t\Big|_0^t = kt. \tag{3.9}$$

Переходная характеристика звена приведена на рисунке 3.4.

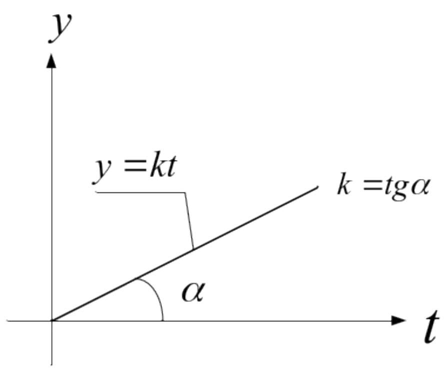

Рисунок 3.4 – Переходная характеристика интегрирующего звена

4) АФЧХ звена.

[illegible]

(3.10)

На рисунке 3.5 приведена ФАЧХ звена.

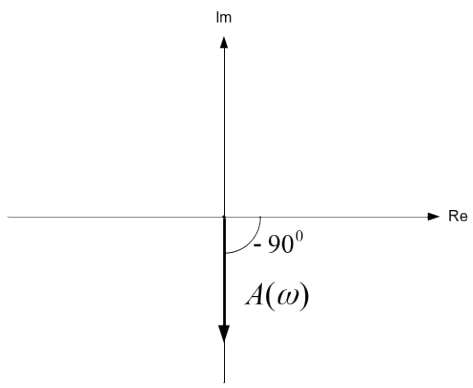

Рисунок 3.5 – АФЧХ интегрирующего звена

5) Логарифмические частотные характеристики звена.

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg\frac{k}{\omega} = 20\lg k - 20\lg\omega \tag{3.11}$$

$$\varphi(\omega) = -90^0. \tag{3.12}$$

Уравнение (3.11) является уравнением прямой линии с наклоном:

$$\begin{aligned}\Delta L &= L(\omega_2) - L(\omega_1) = 20\lg k - 20\lg 10\omega_1 - 20\lg k + 20\lg 10\omega_1 = \\ &= -20\lg 10 - 20\lg\omega_1 + 20\lg\omega_1 = -20\lg 10, \frac{\partial Бл}{дек}.\end{aligned} \tag{3.13}$$

Пусть k=10 – координаты точки, через которую пройдет ЛАХ звена.

$$L(\omega = 1) = 20\lg 10 - 20\lg 1 = 20, \partial Б л.$$

На рисунке 3.6 приведена логарифмическая частотная характеристика (ЛЧХ) интегрирующего звена.

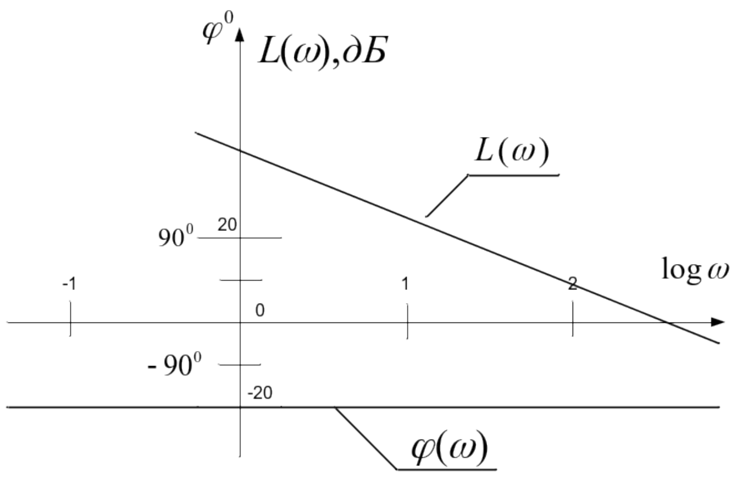

Рисунок 3.6 – ЛЧХ интегрирующего звена

3.3Пропорциональное инерционное звено первого порядка.

1) Уравнение процессов в звене:

$$T\dot{y} + y = kV, \tag{3.14}$$

где Т – постоянная времени звена.

$$TpY(p) + Y(p) = kV(p)$$
$$(Tp+1)Y(p) = kV(p)$$

2) Передаточная функция звена:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}. \tag{3.15}$$

3) Переходная функция звена.

На основе (3.15) можно записать изображение выходного сигнала:

$$Y(p) = W(p)V(p) = \frac{k}{Tp+1}V(p) = \frac{k}{(Tp+1)p} =$$

$$= \left| \begin{matrix} \text{Разложение на} \\ \text{элементарные} \\ \text{дроби} \end{matrix} \right| = \frac{A_1}{Tp+1} + \frac{A_2}{p} = \frac{(A_1 + TA_2) + A_2}{(Tp+1)p}$$

$$\left.\begin{aligned} A_2 &= k \\ A_1 + TA_2 &= 0 \end{aligned}\right\} A_1 = -TA_2 = -kT\ .$$

$$Y(p) = \frac{k}{p} - \frac{kT}{Tp+1} = \frac{k}{p} - \frac{k}{p + \dfrac{1}{T}}\ .$$

Поскольку $L\{1(t)\} = \frac{1}{p} UL\{e^{-(p+\alpha)}\} = \frac{1}{p+\alpha}$, то переходная функция звена имеет вид:

$$y = k - ke^{-\frac{t}{T}} = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})\ . \qquad (3.16)$$

4) АФЧХ звена.

Частотная передаточная функция звена:

$$W(\omega j) = \frac{k}{jT\omega + 1} \cdot \frac{(-j\omega T + 1)}{(-j\omega T + 1)} = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1} + j\frac{-kT\omega}{T^2\omega^2 + 1} =$$

$$= D(\omega) + jM(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)};$$

$$D(\omega) = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1};$$

$$M(\omega) = (-)\frac{kT\omega}{T^2\omega^2 + 1};$$

$$A(\omega) = \sqrt{D^2 + M^2} = \sqrt{\frac{k^2(T^2\omega^2 + 1)}{(T^2\omega^2 + 1)^2}} = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}\ ; \qquad (3.17)$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{M(\omega)}{D(\omega)} = -arctgT\omega\ .$$

АФЧХ звена приведена на рисунке 3.7.

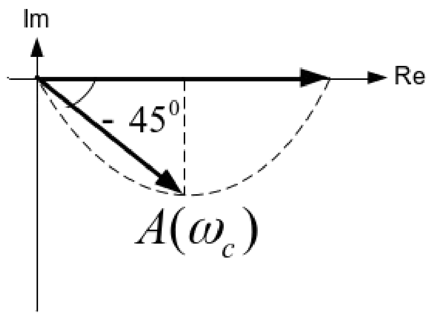

Рисунок 3.7 – АФЧХ пропорционального интегрирующего звена первого порядка

Частота сопряжения звена:

$$\omega(c) = \frac{1}{T}. \qquad (3.18)$$

5) Логарифмические частотные характеристики звена.

Логарифмическая амплитудочастотная функция звена может быть заменена асимптотической характеристикой вида:

$$L(\omega)\begin{cases} 20\lg k, & при \quad \omega \le \omega_c; \\ 20\lg k - 20\lg T\omega, & при \quad \omega \ge \omega_c. \end{cases} \qquad (3.19)$$

Логарифмическая амплитудочастоная характеристика (ЛАХ) состоит из двух линейных участков.

Расчет наклона характеристики на втором участке:

$$\Delta L = L(\omega_2 = 10\omega_1) - L(\omega_1) = 20\lg k - 20\lg 10(T\omega_1) -$$
$$- 20\lg k + 20\lg T\omega_1 = -20 - 20\lg T\omega_1 + 20\lg T\omega_1 =$$
$$= -20\frac{дБл}{дек}.$$

Пусть k=100; T=0,1c;

$$L_0 = 20\lg 100 = 40дБл;$$
$$\omega_c = 10, c^{-1};$$
$$\lg\omega_c = 1.$$

ЛЧХ звена приведена на рисунке 3.8.

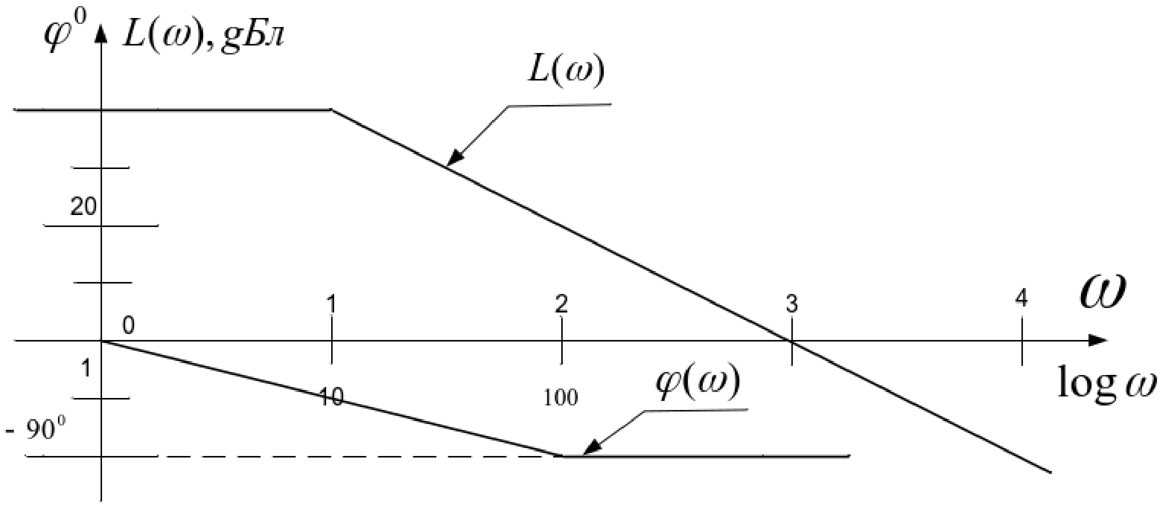

Рисунок 3.8 – ЛЧХ пропорционального инерционного звена первого порядка

3.4Дифференцирующее звено

1) Уравнение процессов в звене:

$$y = T\frac{dV}{dt}. \qquad (3.20)$$

2) Операторное уравнение звена:

$$Y(p) = TpV(p);$$

$$\frac{Y(p)}{V(p)} = Tp;$$

$$W(p) = Tp. \qquad (3.21)$$

3) Частотная передаточная функция звена может быть записана в виде:

$$\left.\begin{aligned} W(j\omega) &= jT\omega; \\ D(\omega) &= 0; \\ M(\omega) &= T\omega; \\ A(\omega) &= T\omega; \\ \varphi(\omega) &= \frac{\pi}{2}(90^0). \end{aligned}\right\}$$

АФЧХ дифференцированного звена приведена на рисунке 3.9.

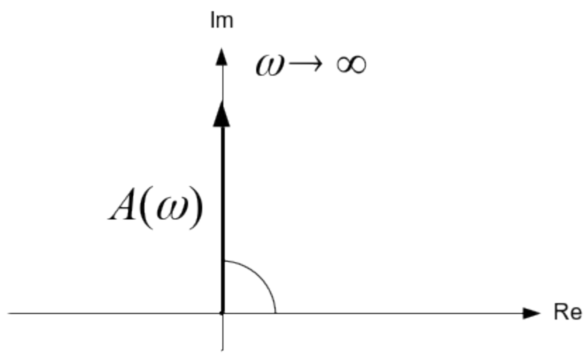

Рисунок 3.9 – АФЧХ дифференцирующего звена

4) Логарифмические частотные характеристики звена:

$$L(\omega) = 20\lg T\omega = 20\lg T + 20\lg\omega. \qquad (3.22)$$

Пусть T=0,1c, тогда (3.27) соответствует уравнению прямой линии с наклоном:

$$\Delta L = L(\omega_2) - L(\omega_1) = 20\lg 10(T\omega_1) - 20\lg k + 20\lg T\omega_1 = 20, \frac{\partial Бл}{дек}.$$

Первая точка имеет координаты:

$$T\omega = 1;$$

$$\omega = \frac{1}{T} = 10c - 1;$$

$$L(\omega) = 0.$$

ЛЧХ дифференцированного звена приведена на рисунке 3.10.

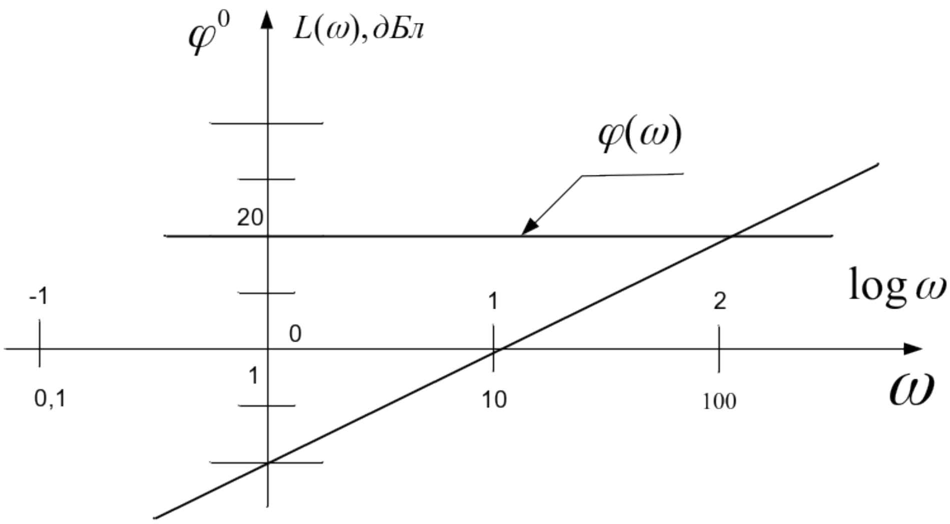

Рисунок 3.10 – ЛЧХ дифференцирующего звена

3.5Форсирующее звено первого порядка

1) Уравнение процессов в звене:

$$y = kV + kT\frac{dV}{dt}. \tag{3.23}$$

2) Операторное уравнение звена:

$$Y(p) = k(Tp+1)V(p).$$

$$\frac{Y(p)}{V(p)} = K(Tp+1).$$

Передаточная функция звена:

$$W(p) = k(Tp + 1). \qquad (3.24)$$

3) Частотная передаточная функция звена:

При $p = j\omega$ частотная передаточная функция звена имеет вид:

$$\begin{aligned} &W(j\omega) = k + jkT\omega; \\ &D(\omega) = k; \\ &M(\omega) = kT\omega; \\ &A(\omega) = k\sqrt{T^2\omega^2 + 1}; \\ &\varphi(\omega) = arctgT\omega; \\ &\omega_c = \frac{1}{T}. \end{aligned} \qquad (3.25)$$

4) Логарифмические частотные характеристики звена.

Логарифмические асимптотические амплитудочастотные характеристики звена:

$$L(\omega) = 20\lg(A\omega) = \begin{cases} 20\lg k, & при \quad \omega \le \dfrac{1}{T}, \\ 20\lg k - 20\lg T\omega, & при \quad \omega \ge \omega_c, \end{cases} \qquad (3.26)$$

$$\varphi(\omega) = arctgT\omega,$$

$$\Delta L = L(\omega_2 = 10\omega_1) - L(\omega_1) = 20\frac{\partial Бл}{дек}.$$

Пусть k=1;
T=0,1c;
$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{4}(45^0)$.

ЛЧХ форсирующего звена первого порядка приведена на рисунке 3.11.

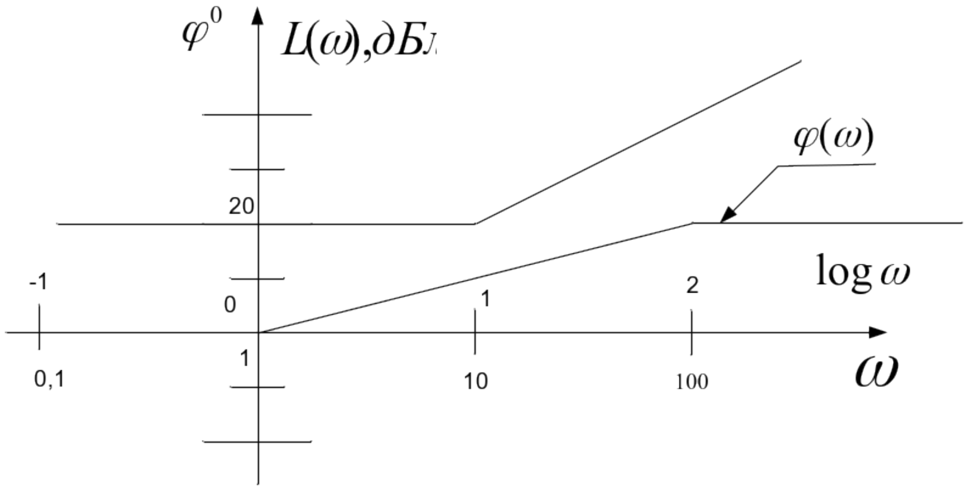

Рисунок 3.11 – ЛЧХ форсирующего звена первого порядка

3.6Пропорциональное инерционное звено второго порядка

1) Уравнение процессов в звене:

$$T^2\ddot{y} + 2dT\dot{y} + y = kV. \tag{3.27}$$

2) Операторное уравнение звена:

$$(T^2p^2 + 2dp + 1)Y(p) = kV(p).$$

Передаточная функция звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{T^2p^2 + 2dTp + 1}. \tag{3.28}$$

Структурная схема звена приведена на рисунке 3.12.

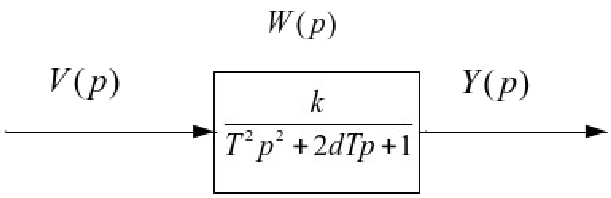

Рисунок 3.12 – Структурная схема звена

Характеристическое уравнение звена имеет вид:

$$T^2p^2 + 2dp + 1 = 0. \tag{3.29}$$

Уравнение (3.29) имеет действительные корни при условии:

$$4d^2T^2 - 4T^2 = 4T^2(d^2 - 1) \geq 0, \qquad (3.30)$$

т. е. при $d \geq 1$.

При выполнении условия (3.30) рассматриваемой звено может быть представлено двумя пропорциональными звеньями первого порядка:

$$W(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1} \cdot \frac{k_2}{T_2 p + 1} = \frac{k_1 k_2}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1}. \qquad (3.31)$$

Приравнивая правые части (3.285) и (3.31), можно записать следующие уравнения:

$$\left.\begin{aligned} k_1 k_2 &= k; \\ T_1 T_2 &= T^2; \\ T_1 + T_2 &= 2dT; \end{aligned}\right\} \qquad (3.32)$$
$$k_2 = 1.$$

4 *Построение и преобразование структурных схем*

4.1 Последовательное соединение звеньев

Пусть дана структурная схема системы вида (см. рисунок 4.1).

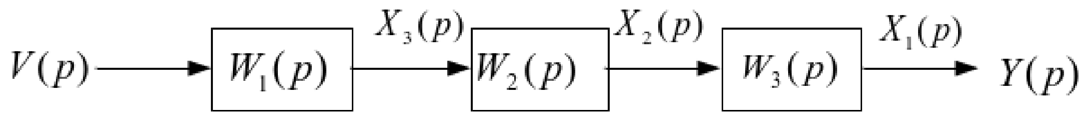

Рисунок 4.1 – Структурная схема последовательно соединенных звеньев

Путем структурных преобразований требуется найти общую передаточную функцию схемы $W(p)$.

На основе структурной схемы можно записать следующее уравнение:

$$\left.\begin{aligned} Y(p) &= X_1(p) = W_3(p) X_2(p); \\ X_2(p) &= W_2(p) X_3(p); \\ X_3(p) &= W_1(p) V(p). \end{aligned}\right\}$$

(4.1)

Исключая промежуточные переменные, окончательно можно записать изображение выходного сигнала в виде:

$$Y(p) = W_1(p) W_2(p) W_3(p) V(p).$$

Поскольку $W(p) = \frac{Y(p)}{V(p)}$, то окончательно можно записать:

$$W(p) = \prod_{k=1}^{3} W_k(p). \qquad (4.2)$$

Если последовательно соединены n элементов, то расчетная формула имеет следующий вид:

$$W(p) = \prod_{k=1}^{n} W_k(p). \qquad (4.3)$$

4.2 Параллельное соединение звеньев

Пусть на рисунке 4.2 приведена структурная схема трех параллельно соединенных звеньев.

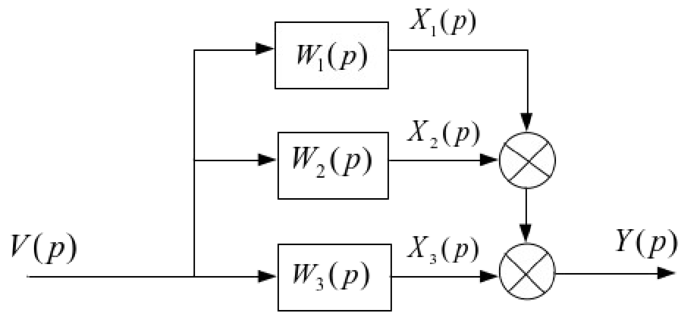

Рисунок 4.2 – Структурная схема параллельно соединенных звеньев

По структурной схеме можно записать изображение выходного сигнала вида:

$$Y(p) = \sum_{k=1}^{n} X_k(p) = \sum_{k=1}^{n} W_k(p) V(p) = V(p) \sum_{k=1}^{n} W_k(p).$$

Тогда передаточная функция определяется по формуле:

$$W(p) = \sum_{k=1}^{n} W_k(p). \qquad (4.4)$$

4.3 Звено, охваченное обратной связью

Пусть на рисунке 4.3 приведена структурная схема звена, охваченного обратной связью.

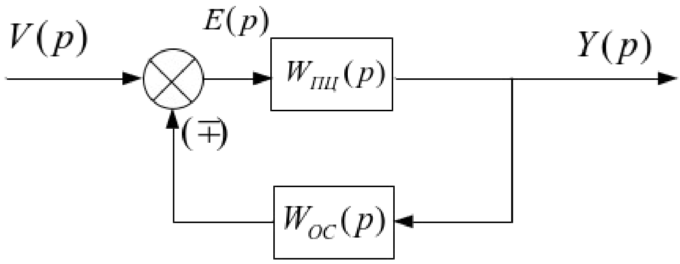

Рисунок 4.3 – Структурная схема замкнутой системы

На рисунке 4.3 приведены следующие обозначения:
$W_{ПЦ}(p)$ - передаточная функция звеньев прямой цепи;
$W_{OC}(p)$ - передаточная функция звеньев обратной связи;
$E(p)$ - изображение ошибки регулирования.

На основе рисунка можно сделать вывести уравнение:

$$\left.\begin{array}{l} Y(p) = W_{ПЦ}(p)E(p); \\ E(p) = V(p) \mp W_{OC}(p)Y(p). \end{array}\right\} \quad (4.5)$$

Исключая в системе уравнений (4.5) промежуточную переменную $E(p)$, можно записать уравнение вида:

$$Y(p) = W_{ПЦ}(p)V(p) \mp W_{ПЦ}(p)W_{OC}(p)Y(p),$$

где верхний знак соответствует «-» ОС, а нижний знак соответствует «+» ОС.

$$Y(p)\left[1 \pm W_{ПЦ}(p)W_{OC}(p)\right] = W_{ПЦ}(p)V(p).$$

Таким образом, передаточная функция замкнутой системы рассчитывается по формуле:

$$W_з(p) = \frac{W_{ПЦ}(p)}{1 \pm W_{PC}(p)}, \quad (4.6)$$

где $W_{PC}(p)$ - передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_{PC}(p) = W_{ПЦ}(p)W_{OC}(p).$$

4.4 Перенос звена суммирования

Пусть на рисунке 4.4 приведена исходная структурная схема системы.

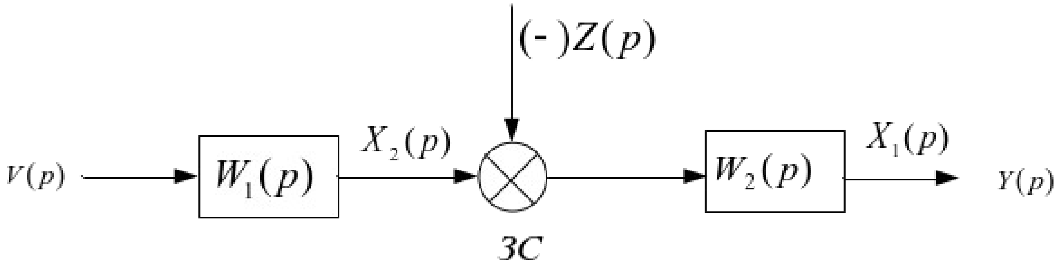

Рисунок 4.4 – Исходная структурная схема системы

На основе рисунка 4.4 можно записать следующие уравнения:

$$X_1(p) = W_2(p)(X_2(p) - Z(p)),$$
$$X_2(p) = W_1(p)V(p). \,,$$

Тогда, исключая промежуточный цикл $X_2(p)$, окончательно можно записать:

$$X_1(p) = W_1(p)W_2(p)V(p) - W_2(p)Z(p). \qquad (4.7)$$

На рисунке 4.5 приведена схема переноса ЗС по ходу сигнала.

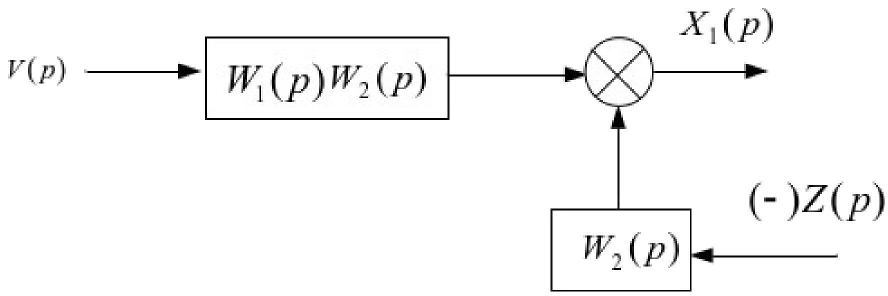

Рисунок 4.5 – Преобразованная структурная схема (перенос ЗС по ходу сигнала)

На рисунке 4.6 приведена схема переноса ЗС против хода сигнала.

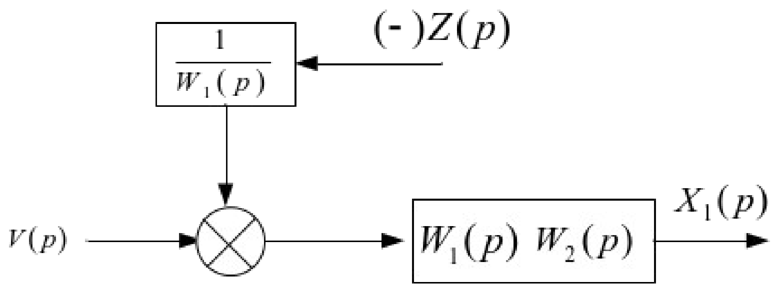

Рисунок 4.6 – Преобразованная структурная схема (перенос ЗС против хода сигнала)

4.5 Перенос узла

Пусть на рисунке 4.7 приведена исходная структурная схема.

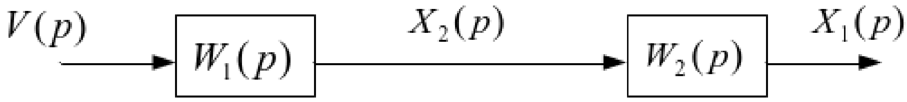

Рисунок 4.7 – Исходная структурная схема системы

Пусть сигнал X_2 изменить невозможно. Преобразованные структурные схемы приведены на рисунках 4.8 и 4.9

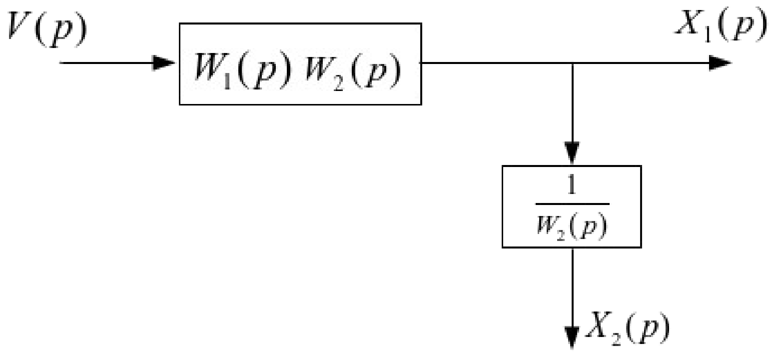

Рисунок 4.8 – Преобразование структурной схемы (перенос узла) по ходу сигнала

$$W_2(p) = \frac{X_1(p)}{X_2(p)};$$

$$X_2(p) = \frac{1}{W_2(p)} X_1(p).$$

Схема переноса узла против хода сигнала приведена на рисунке 4.9.

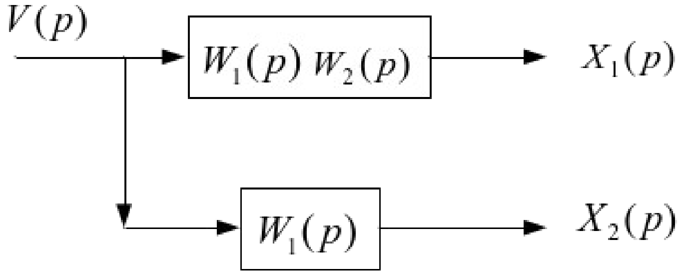

Рисунок 4.9 – Преобразование структурной схемы (перенос узла) против хода сигнала

4.6 Передаточная функция системы по управляющему и возмущающему воздействию

Пусть требуется найти реакцию системы на несколько однозначно действующих сигналов (см. рисунок 4.10).

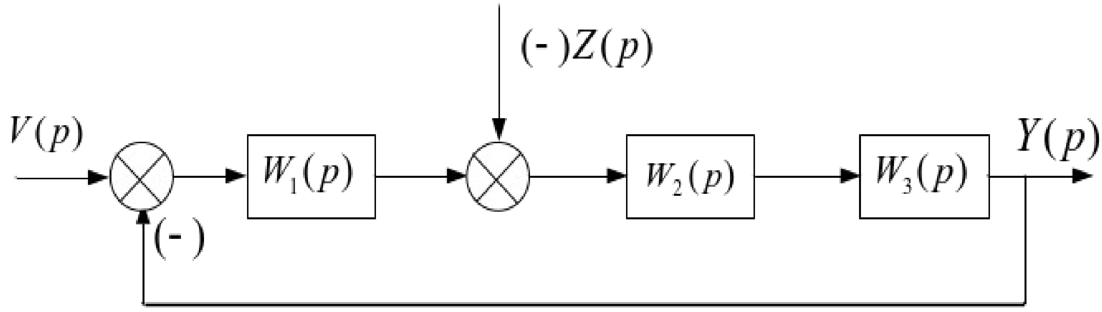

Рисунок 4.10 – Структурная схема системы

При исследовании линейных систем справедлив принцип суперпозиции: реакция системы на несколько одновременно действующих сигналов равна сумме реакций системы на каждый сигнал в отдельности.

1) При $Z(p)$=0 на основе рисунка 4.10 можно записать передаточную функцию системы по управляющему воздействию:

$$W_3^1(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)} = \frac{W_{PC}(p)}{1+W_{PC}(p)}, \qquad (4.8)$$

где $W_{PC}(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p)$.

Тогда на основе формулы (4.8) можно записать изображение выходного сигнала в виде:

$$Y(p) = W_3^1(p)V(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)}V(p). \qquad (4.9)$$

2) При V(p)=0 можно построить структурную схему (см. рисунок 4.11):

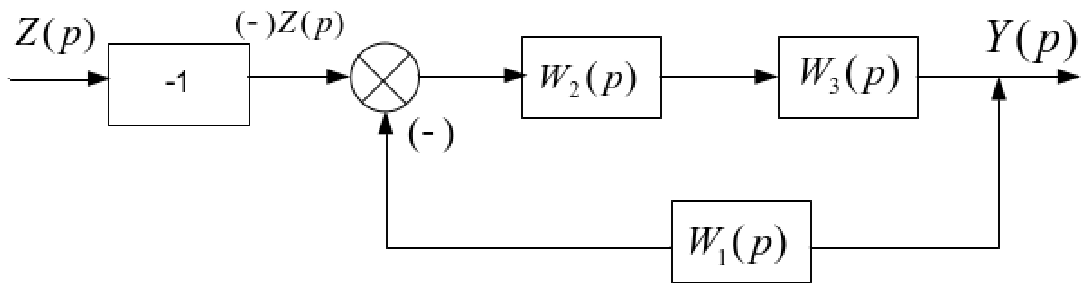

Рисунок 4.11 – Преобразования структурной схемы системы

На основе рисунка 4.11 можно записать переходную функции по возмущающему воздействию:

$$W_3^2(p) = (-)\frac{W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)}. \qquad (4.10)$$

И изображение выходного сигнала:

$$Y(p) = W_3^2(p)Z(p) = (-)\frac{W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)}Z(p). \qquad (4.11)$$

Используя принцип суперпозиции на основе формул (4.9) и (4.11) можно записать изображение выходного сигнала системы:

$$Y(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)}V(p) - \frac{W_2(p)W_3(p)}{1+W_1(p)W_2(p)W_3(p)}Z(p). \qquad (4.12)$$

5 *Расчет системы автоматической стабилизации заданного значения выходной координаты*

5.1 Построение структурной схемы системы

Пусть даны уравнения процессов в исходной системе:

[illegible]

(5.1)

где $y = x_1$ - выходная регулируемая координата системы;

V – входной сигнал, являющийся заданным значением у;

Z – возмущающее воздействие;

x_1, x_2, x_3, x_4 – координаты состояния системы;

$k_{РБ}$, $k_{ОС}$ – передаточный коэффициенты решающего блока и обратной связи системы;

k_1, k_2, k_3, k_4 – передаточные коэффициенты;

T_0, T_1, T – постоянные времени, рассчитываемые в секундах.

Первые два уравнения в (5.1) описывают объект управления. Третье уравнение в (5.1) соответствует усилителю мощности. Четверное уравнение описывает решающий блок. Пятое уравнение – уравнение замыкания системы. В задании на контрольную работу, аналогично структуре таблицы 1.1, приведена полная таблица вариантов.

Таблица 1.1 – Параметры звеньев исходной системы

Номер варианта	k_1	T_1	k_2	k_3	k_4	T	$k_{РБ}$	k_{OC}	Z_0	Δx_1^c
1			0.4	2.5	1	0.09				
2										
3										
4										
…										
25										

На рисунках 5.1 и 5.2 приведены схема системы во временной форме и детализированная схема исходной системы, построенные на основе уравнений (5.1).

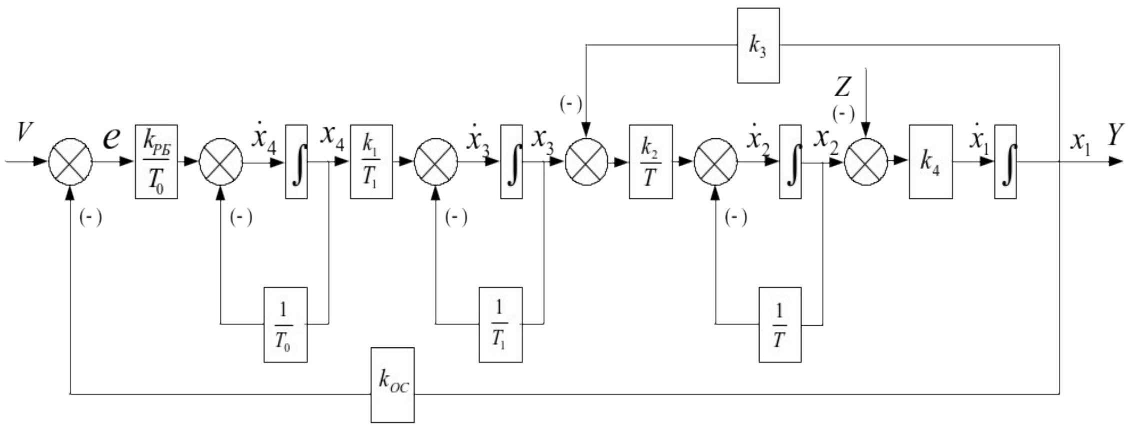

Рисунок 5.1 – Схема системы во временной форме

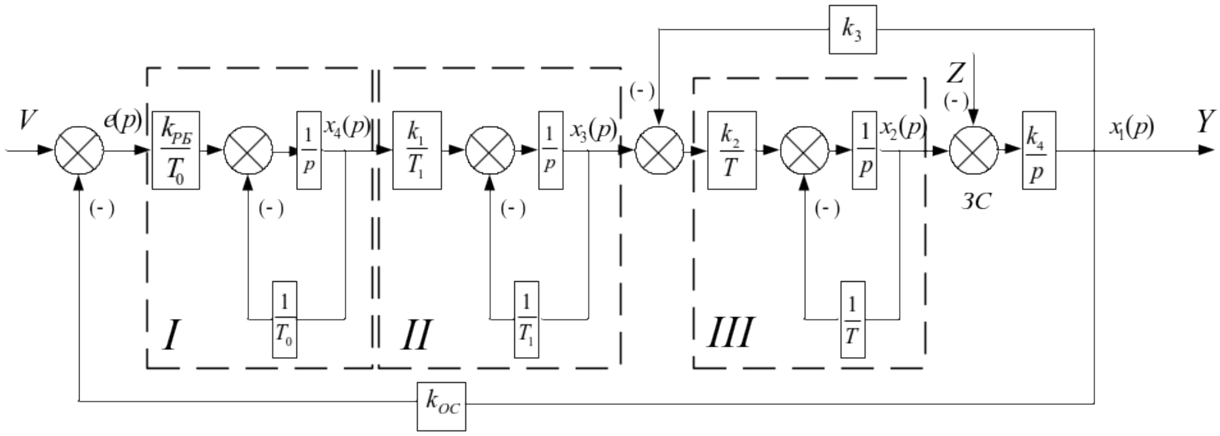

Рисунок 5.2 – Структурная схема исходной системы

Поскольку для контура I можно записать;

$$W(p) = \frac{\frac{1}{p}}{1 + \frac{1}{T_0 p}} = \frac{T_1}{T_0 p + 1},$$

то для участка I окончательно можно записать передаточную функцию:

$$W_0(p) = \frac{k_{РБ}}{T_0} W(p) = \frac{k_{РБ} T_0}{T_0(T_0 p + 1)} = \frac{k_{РБ}}{T_0 p + 1}. \qquad (5.2)$$

Для участка II можно записать передаточную функцию:

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1} \frac{\frac{1}{e}}{1 + \frac{1}{T_1 p}} = \frac{k_1}{Tp + 1}. \qquad (5.3)$$

Аналогично, для участка III можно записать передаточную функцию:

$$W_{01}(p) = \frac{k_2}{T} \frac{\frac{1}{p}}{1 + \frac{1}{Tp}} = \frac{k_2}{Tp + 1}. \qquad (5.4)$$

Для определения передаточной функции ОУ необходимо звено суммирования (ЗС) перенести против входа сигнала. На рисунке 5.3 приведена преобразованная структурная схема системы.

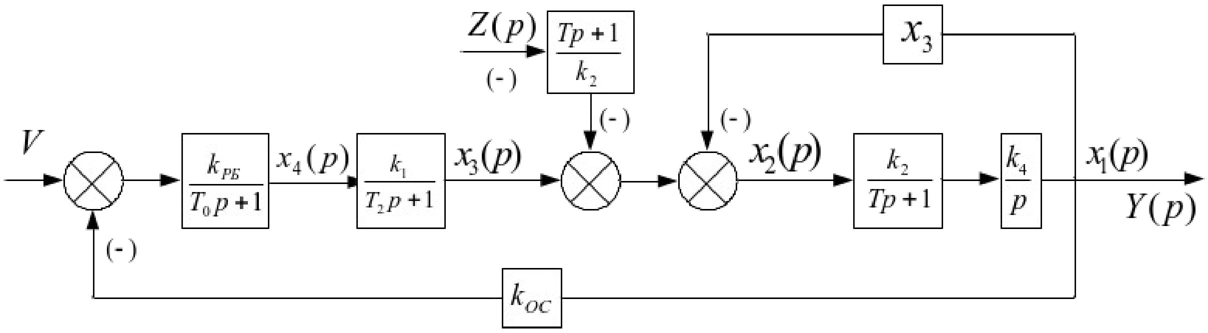

Рисунок 5.3 – Преобразованная структурная схема ОУ

При Z(p)=0 передаточная функция объекта управления по управляющему сигналу X_3(p) имеет вид:

$$W_0^1(p) = \frac{\dfrac{k_2 k_4}{(Tp+1)p}}{1+\dfrac{k_2 k_3 k_4}{(Tp+1)p}} = \frac{k_2 k_4}{Tp^2 + p + k_2 k_3 k_4} = \frac{\dfrac{1}{k_3}}{\dfrac{T}{k_2 k_3 k_4} p^2 + \dfrac{1}{k_2 k_3 k_4} p + 1}. \quad (5.5)$$

На основе (5.5) можно записать характеристическое уравнение ОУ:

$$\frac{T}{k_2 k_3 k_4} p^2 + \frac{1}{k_2 k_3 k_4} p + 1 = 0. \quad (5.6)$$

При исходных данных, приведенный в таблице 1.1 можно записать следующее:

$$0.09 p^2 + p + 1 = 0. \quad (5.7)$$

Поскольку уравнение (5.7) имеет действительные корни, то ОУ может быть представлен последовательным соединением двух пропорциональных инерционных звеньев первого порядка (смотри рисунок 5.4).

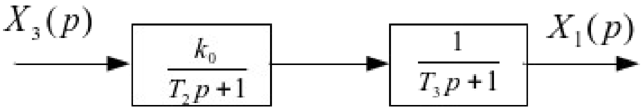

Рисунок 5.4 – Структурная схема ОУ по управляющему воздействию

Использую рисунок 5.4 можно записать следующую передаточную функцию:

$$W_0^1(p) = \frac{k_0}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}. \quad (5.8)$$

Использую рисунок 5.4 и формулу (5.8) можно записать следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{k_3}, \\ T_2 T_3 &= \frac{T}{k_2 k_3 k_4}, \\ T_2 + T_3 &= \frac{1}{k_2 k_3 k_4}. \end{aligned}\right\} \quad (5.9)$$

На основе (5.9) с учетом исходных данных таблицы 1.1 можно записать следующее:

$$\left.\begin{aligned} k_0 &= 0.4, \\ T_2 T_3 &= 0.9, \\ T_2 + T_3 &= 1. \end{aligned}\right\} \quad (5.10)$$

Таким образом, окончательно ОУ имеет следующие корни:

$$\begin{aligned} k_0 &= 0.4, \\ T_2 T_3 &= 0.9c, \\ T_2 + T_3 &= 1c. \end{aligned}$$

На основе рисунка 5.4 можно записать изменение выходного сигнала.

$$Y(p) = \frac{k_0}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} X_3(p). \quad (5.11)$$

При $X_3(p) = 0$ на основе рисунков 5.3 и 5.4 можно записать передаточную функцию ОУ по возмущающему действию.

$$\begin{aligned} Y(p) &= (-1)\frac{(Tp+1)}{k_2}\frac{k_0}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} Z(p) = \\ &= (-1)\frac{(Tp+1)\frac{1}{k_2 k_3}}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} Z(p) = (-1)\frac{(Tp+1)k_Z}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} Z(p), \end{aligned} \quad (5.12)$$

где $k_Z = \dfrac{1}{k_2 k_3}$ - передаточный коэффициент объекта по возмущающему воздействию.

$$W_0^2(p) = \frac{(Tp+1)\frac{k_{ОБ}}{k_2}}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} = -\frac{(Tp+1)k_Z}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}. \quad (5.13)$$

С учетом правила суперпозиции на основе 5.11 и 5.12 окончательно можно записать:

$$Y(p) = \frac{k_0}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} X_3(p) - \frac{Tp + 1}{k_Z} \frac{k_0}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} Z(p).$$

Таким образом, можно окончательно построить структурную схему исходной системы (рисунок 5.5).

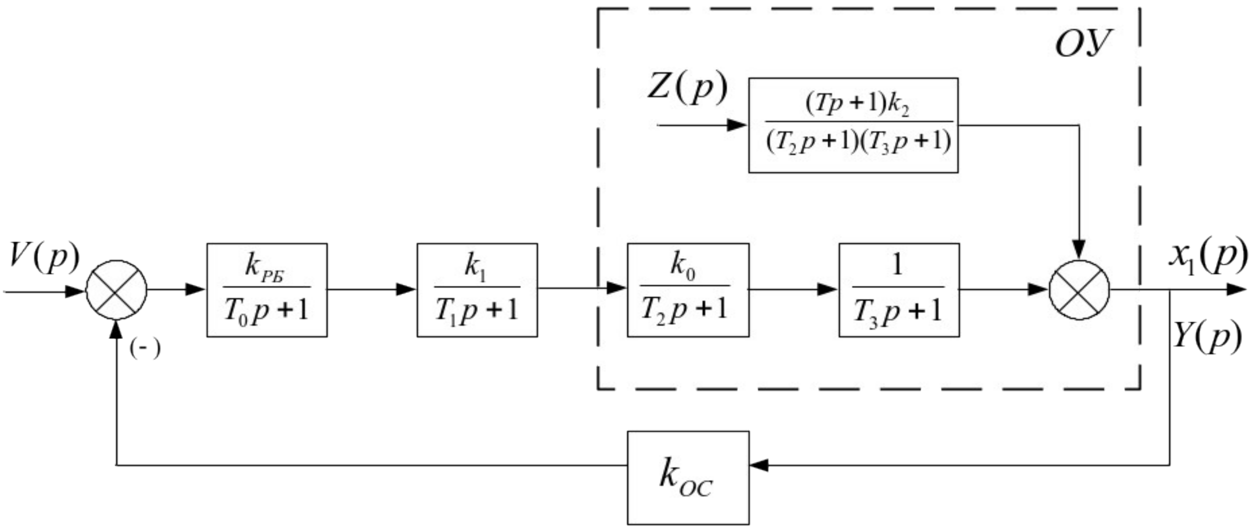

Рисунок 5.5 – Структурная схема исходной системы

5.2 Передаточная функция исходной системы по управляющему и возмущающему воздействию

При $Z(p) = 0$ на основе рисунка 5.5 можно записать передаточную функцию исходной системы по управляющему воздействию:

$$W_з^1(p) = \frac{\dfrac{k_{РБ} k_1 k_0}{(T_0 p + 1)(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}}{1 + \dfrac{k_{РБ} k_1 k_0 k_{ОС}}{(T_0 p + 1)(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}} = \qquad (5.14)$$

$$= \frac{k_{РБ} k_1 k_0}{(T_0 p + 1)(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1) + k_{РС}},$$

где $k_{РС} = k_{РБ} k_1 k_0 k_{ОС}$.

На основе (5.14) можно записать изображение выходного сигнала исходной системы:

$$Y(p) \frac{k_{РБ} k_1 k_0}{(T_0 p + 1)(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1) + k_{РС}} V(p). \qquad (5.15)$$

При V(p)=0 передаточная функция исходной системы по возмущающему воздействию имеет вид:

$$W_з(p) = (-1)\frac{k_Z}{(T_2p+1)(T_3p+1)} \times$$
$$\times \frac{1}{1+\dfrac{k_{PC}}{(T_0p+1)(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)+k_{PC}}} =$$
$$= (-1)\frac{(Tp+1)(T_0p+1)(T_1p+1)k_Z}{(T_0p+1)(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)+k_{PC}}.$$
(5.16)

Изображение выходного сигнала полученного на основе (5.16) имеет вид:

$$Y(p) = (-1)\frac{(Tp+1)(T_0p+1)(T_1p+1)k_Z}{(T_0p+1)(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)+k_{PC}}Z(p). \quad (5.17)$$

С учетом принципа суперпозиции на основе формул (5.15) и (5.17) можно записать изображение выходного сигнала:

$$Y(p) = \frac{k_{PБ}k_1k_0}{(T_0p+1)(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)+k_{PC}}V(p) -$$
$$- \frac{(Tp+1)(T_0p+1)(T_1p+1)k_Z}{(T_0p+1)(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)+k_{PC}}Z(p). \quad (5.18)$$

5.3 Анализ устойчивости исходной системы по критерию Гурвица

Используя формулы (5.14) и (5.15) можно записать характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$a_4p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0 = 0. \quad (5.19)$$

Используя исходные данные таблицы 1.1, на основе критерия Гурвица можно сделать вывод об устойчивости системы. Поскольку рассмотренная система является неустойчивой, то и выполняется следующее неравенство:

6 *Статический расчет системы автоматической стабилизации заданного значения выходной координаты*

Исходная система в разомкнутом состоянии:

$$k_{PC} = k_{PБ}k_1k_0k_{OC}.$$

1) При этом $k_{OC} = 0 \Rightarrow k_{PC} = 0$.

Используя теорему о предельном значении на основе (5.18) можно записать в установившееся решение:

$$\begin{aligned} y &= y(t \to \infty) = \lim_{p \to 0} Y(p) = \left| \begin{matrix} V(p) = L\{V \cdot 1(t)\} \\ Z(p) = \{Z \cdot 1(t)\} \end{matrix} \right| = \\ &= k_{PБ} k_1 k_0 V - k_Z Z = y_{PC}^{зад} - \Delta y_{PC}, \end{aligned} \qquad (6.1)$$

где $y_{PC}^{зад} = k_{PБ} k_1 k_0 V$ - заданное значение выходной координаты разомкнутой системы;

$\Delta y_{PC} = k_Z Z$ - величина, на которую уменьшается выходная координата разомкнутой системы при действии возмущения.

Пусть $y_{PC}^{зад} = 100$,

$k_Z = 1$,

$Z_0 = 20$,

тогда $y_0 = y_{PC}^{зад} - k_Z Z_0 = y_{PC}^{зад} - \Delta y_{PC} = 80$ (см. рисунок 6.1).

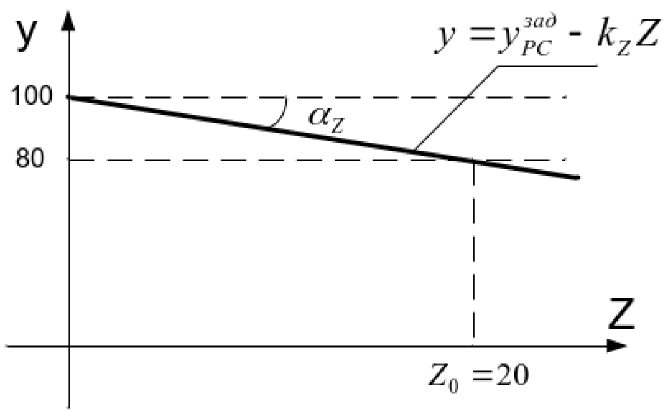

Рисунок 6.1 – Статическая характеристика разомкнутой системы

В соответствии с заданием на проектирование, требуемая точность стабилизации выходной координаты составляет величину Δx_1^c.

Поскольку выполняется условие:

$$\Delta y_{PC}^0 > \Delta x_1^c, \qquad (6.2)$$

то разомкнутая система должна быть заменена замкнутой системой автоматической стабилизации заданного значения выходной координаты.

2) Исходная система в замкнутом состоянии.

На основе (5.18) можно записать уравнение статики замкнутой системы:

$$y = \frac{k_{РБ} k_1 k_0}{k_{РС} + 1} V - \frac{k_Z}{k_{РС} + 1} Z = y^{зад} - \Delta y, \tag{6.3}$$

где $y^{зад} = \dfrac{k_{РБ} k_1 k_0}{k_{РС} + 1}$,

$$\Delta y = \frac{k_Z Z}{k_{РС} + 1}.$$

В соответствии с заданием на проектирование можно записать следующее:

$$\Delta y_0 \le \Delta x_1^c, \text{ или}$$

$$\frac{k_Z}{k_{РС} + 1} Z_0 \le \Delta x_1^c. \tag{6.4}$$

Используя знак равенства (6.4) окончательно можно записать расчетную формулу требуемого значения передаточного коэффициента разомкнутой системы:

$$k_{РС}^T = \frac{k_Z Z_0}{\Delta x_1^c} - 1. \tag{6.5}$$

Поскольку $k_{РС}^T = k_{РБ}^T k_1 k_0 k_{ОС}$ - выполняется, то расчет требуемого значения передаточного коэффициента РБ проводится по следующей формуле:

$$k_{РБ}^T = \frac{k_{РС}^T}{k_1 k_0 k_{ОС}}. \tag{6.6}$$